

**ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)**  
**МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА**  
**ШКОЛЬНИКОВ «ПАРУСА НАДЕЖДЫ»**  
**ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»**  
**2021-2022 УЧ. ГОД**  
**Заключительный этап**  
**11 класс**

**Вариант 1**

**Задание 1.**

На участке трамвайного пути длиной 1 км пешеход, проходящий этот участок за 10 минут, ежедневно подсчитывал число трамваев, его обгоняющих и встречающих. В течение года первых оказалось 300, вторых 700. Определить скорость трамвая.

**Задание 2.**

Решить неравенство:

$$\frac{x\sqrt{5} + 1}{1 - \sqrt{x^2 - 2x + 2}} \leq 1.$$

**Задание 3.**

Решить уравнение:

$$\cos^2 2x + \cos^2 x = 1 + \operatorname{ctg} 3x.$$

**Задание 4.**

Решить неравенство:

$$\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{x-5}{x+3}\right) - \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{x^2}{2} + 4x + 9\right) \leq 2 \log_4(x^2 + 5x + 6).$$

**Задание 5.**

Построить с полным обоснованием график:

$$y = 2^{-\frac{1}{x+\frac{1}{x}}}.$$

**Задание 6.**

Решить в целых числах уравнение:

$$x^2 - y^2 - 4y = 9.$$

### **Задание 7.**

В банк кладется 1000 рублей на 10 лет. В каком случае вкладчик получит больше денег: если банк начисляет 5% один раз в год, или если он начисляет  $\frac{5}{12}$ % один раз в месяц.

Ответ должен быть обоснован.

### **Задание 8.**

Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , где  $ABCD$  – нижнее основание. Найти площадь сечения этого куба плоскостью, проходящей через вершину  $A$  и середины ребер  $B_1 C_1$  и  $D_1 C_1$ , если ребро куба равно 1.

**ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)**  
**МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА**  
**ШКОЛЬНИКОВ «ПАРУСА НАДЕЖДЫ»**  
**ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»**  
**2021-2022 УЧ. ГОД**  
**Заключительный этап**  
**11 класс**

**Вариант 2**

**Задание 1.**

На участке трамвайного пути длиной 1 км пешеход, проходящий этот участок за 12 минут, ежедневно подсчитывал число трамваев, его обгоняющих и встречающих. В течение года первых оказалось 225, вторых 600. Определить скорость трамвая.

**Задание 2.**

Решить неравенство:

$$\frac{3x + 3}{3 - \sqrt{x^2 - 2x + 10}} \leq 1.$$

**Задание 3.**

Решить уравнение:

$$\sin^2 2x + \sin^2 x = 1 + \operatorname{ctg} 3x.$$

**Задание 4.**

Решить неравенство:

$$\log_{\frac{1}{7}} \left( \frac{x-1}{x-9} \right) \leq \log_{\frac{1}{7}} \left( \frac{x^2}{2} - 10x + 51 \right) + 2 \log_{49} (x^2 - 17x + 72).$$

**Задание 5.**

Построить с полным обоснованием график:

$$y = 2^{-\frac{1}{|x| - \frac{1}{|x|}}}.$$

**Задание 6.**

Решить в целых числах уравнение:

$$4x^2 = y^2 + 2y + 4.$$

### Задание 7.

В банк кладется 1000 рублей на 5 лет. В каком случае вкладчик получит больше денег: если банк начисляет 3% один раз в год, или если он начисляет  $\frac{1}{4}\%$  один раз в месяц.

Ответ должен быть обоснован.

### Задание 8.

Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , с ребром равным 1. На продолжении ребра  $D_1 D$  за точку  $D$  взята точка  $K$  такая, что  $DK = \frac{1}{2}$ . Через точку  $K$  и середины ребер  $AA_1$  и  $CC_1$  проведена плоскость. Найти площадь получившегося сечения.

**ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)**  
**МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА**  
**ШКОЛЬНИКОВ «ПАРУСА НАДЕЖДЫ»**  
**ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»**  
**2021-2022 УЧ. ГОД**  
**Заключительный этап**  
**11 класс**

**Вариант 3**

**Задание 1.**

На участке трамвайного пути длиной 1 км пешеход, проходящий этот участок в течение 15 минут, ежедневно подсчитывал число трамваев, его обгоняющих и встречающих. В течение года первых оказалось 400, вторых 800. Определить скорость трамвая.

**Задание 2.**

Решить неравенство:

$$\frac{x\sqrt{2} + 1}{1 - \sqrt{x^2 - 4x + 5}} \leq 1.$$

**Задание 3.**

Решить уравнение:

$$\cos^2 2x + \cos^2 4x = 1 + \operatorname{ctg} 6x.$$

**Задание 4.**

Решить неравенство:

$$\log_{\frac{1}{5}} \left( \frac{x+3}{x-5} \right) + 2 \log_{25} \left( \frac{x^2}{2} - 6x + 19 \right) \leq \log_5 (x^2 - 9x + 20).$$

**Задание 5.**

Построить с полным обоснованием график:

$$y = 4^{\frac{1}{x^4+x}}.$$

**Задание 6.**

Решить в целых числах уравнение:

$$x^2 = y^2 + 2y + 2.$$

**Задание 7.**

В банк кладется 1000 рублей на 8 лет. В каком случае вкладчик получит больше денег: если банк начисляет 4% один раз в год, или если он начисляет  $\frac{1}{3}\%$  один раз в месяц.

Ответ должен быть обоснован.

### **Задание 8.**

Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , где  $AA_1, BB_1, CC_1, DD_1$  – боковые ребра. Через вершину  $A_1$  середину ребра  $BC$  и центр грани  $DCC_1 D_1$  проведена плоскость. Найти площадь сечения куба этой плоскостью, если сторона куба равна 1.